Orthogonal Matrix شرح

قانون

$$A^{-1} = A^T$$

$$A^T A = I$$

Show that matrix $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ **is orthogonal.**

الحل:

نطبق القانون لاثبات أن المصفوفة متعامدة :

$$A^T A = I$$

أولا – نجد تبديل المصفوفة (transpose matrix)

$$A^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

ثانياً – نضرب المصفوفة في تبديل المصفوفة (transpose matrix)

$$AA^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) & \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \\ \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) & \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) & \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \\ \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) & \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$AA^T = I$ **is Orthogonal**

Find A^{-1} ?

بما أن $A^{-1} = A^T$ فإن الجواب هو تبديل المصفوفة A^T هو :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

EMS

Quadratic Forms : (نماذج من الدرجة الثانية (التربيعي

Express the quadratic forms in matrix , then the associated symmetric

$$3x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 4x_3x_1$$

الحل :

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 3 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

المرفوع إلى القوة تضعها في القطر حسب الرقم المحدد بالوان الصفر يعني الصفوف

يعني الصف الاول والعمود الاول

يعني الصف الثاني والعمود الثاني

يعني الصف الثالث والعمود الثالث

بالقسمة على $\frac{1}{2}$ لكل رقم

يعني الصف الاول والعمود الثاني

يعني الصف الاول والعمود الثالث

يعني الصف الثالث والعمود الاول

Conjugate transpose

If A is a complex matrix, then the ***conjugate transpose*** of A, denoted by A^* , is defined by

$$A^* = \bar{A}^{\,T}$$

Find the conjugate transpose A^* of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{1+i} & \mathbf{-i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3-2i} & \mathbf{i} \end{bmatrix}$$

الحل :

حسب القانون $A^* = \bar{A}^{\,T}$

-1 نجد نفي $\bar{A}$ ننظر إلى المتغير فى المصفوفة نغيير إشارة

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1-i} & \mathbf{i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3+2i} & \mathbf{-i} \end{bmatrix}$$

-2 نجد تبديل المصفوفة المنفية $\bar{A}^{\,T}$ يعني نحول الصف الاول في العمود الاول وكذلك الصف الثاني في العمود الثاني

$$\bar{A}^{\,T} = \begin{bmatrix} 1-i & 2 \\ i & 3+2i \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 1-i & 2 \\ i & 3+2i \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

EMS

EMS